MATHS

PUISSANCES DE DIX

VERSION 01

DEMARCHI JP

05/04/2014

Table des matières

PUISSANCE DE 10

I

Objectifs

APPLIQUER LES CALCULS DE PUISSANCES AUX PUISSANCES DE DIX

A. Notations

Cette partie du cours est à recopier sur votre cahier de cours. Attention à ne pas oublier les exemples.

Définition

Pour tout nombre entier n > 0 : $10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \ldots \times 10}_{n\ \text{facteurs}} = 1\,\underbrace{0\ldots0}_{n\ \text{zéros}}$;

$10^{-n} = \underbrace{0{,}0\ldots0}_{n\ \text{zéros}}1 = \dfrac{1}{10^n}$ et $10^0 = 1$

Remarque

Autrement dit, 10^{-n} est l'inverse de 10^n.

Exemple

Écris les nombres 100 000 ; 0,01 ; 100 et 0,000 001 sous la forme d'une puissance de 10.

100 000 = 10^5

0,01 = 10^{-2}

100 = 10^2

0,000 001 = 10^{-6}

B. Multiplication par une puissance de 10

Cette partie du cours est à recopier sur votre cahier de cours. Attention à ne pas oublier les exemples.

Méthode

Soit n un nombre entier positif non nul

Multiplier un nombre par 10^n revient à décaler la virgule de **n rangs vers la droite** (on complète par des zéros si nécessaire).

Multiplier un nombre par 10^{-n} revient à décaler la virgule de **n rangs vers la gauche** (on complète par des zéros si nécessaire).

Remarque

Multiplier par 10^{-n} revient à diviser par 10^n. Remarque : Multiplier par 10^{-n} revient à diviser par 10^n.

Exemple

Donne l'écriture décimale des nombres $208,641 \times 10^2$ et $37,1 \times 10^{-3}$.

$208,641 \times 10^2 = 20\ 864,1$

$37,1 \times 10^{-3} = 0,037\ 1$

Exemple

Par combien faut-il multiplier 7,532 pour obtenir 75 320 ?

Par combien faut-il multiplier 7 pour obtenir 0,007 ?

Pour passer de 7,532 à 75 320, on décale la virgule **de 4 rangs vers la droite** donc il faut multiplier 7,532 par $\mathbf{10^4}$ pour obtenir 75 320.

Pour passer de 7 à 0,007, on décale la virgule **de 3 rangs vers la gauche** donc il faut multiplier 7 par $\mathbf{10^{-3}}$ pour obtenir 0,007.

C. Calculs avec des puissances de 10

Cette partie du cours est à recopier sur votre cahier de cours. Attention à ne pas oublier les exemples.

Dans tout ce paragraphe, on considère deux nombres entiers relatifs m et p.

Méthode : Règle du produit de deux puissances de 10

$10^m \times 10^p = 10^{m+p}$

Exemple

Donne l'écriture décimale des nombres $A = 10^4 \times 10^3$ et $B = 10^{-3} \times 10^{-7}$.

$A = 10^4 \times 10^3 = 10^{4+3} = 10^7 = 10\ 000\ 000$

$B = 10^{-3} \times 10^{-7} = 10^{-3+(-7)} = 10^{-10} = 0,000\ 000\ 000\ 1$

Méthode : Règle du quotient de deux puissances de 10

$$\frac{10^m}{10^p} = 10^{m-p}$$

Exemple

Écris les nombres C = $\frac{10}{10^{-3}}$ et D = $\frac{10^{-7}}{10^3}$ sous la forme d'une seule puissance de 10.

C= (cf. Exemple1 p 11)

D= (cf. Exemple 2 p 11)

Méthode : Règle des puissances de puissance de 10

$$\left(10^m\right)^p = 10^{m \times p}$$

Exemple

Écris le nombre E = $\left(10^{-3}\right)^{-7} \times \left(10^2\right)^{-3}$ sous la forme d'une seule puissance de 10.

E= (cf. Exemple 3 p 11)

Attention

Il n'y a pas de règle avec l'addition ou la soustraction !

D. Écriture scientifique : une nouvelle écriture des nombres.

Cette partie du cours est à recopier sur votre cahier de cours. Attention à ne pas oublier les exemples.

Définition

Tout nombre décimal non nul peut être écrit en **notation scientifique**,
c'est-à-dire sous la forme **a × 10ⁿ**, où a est un nombre décimal **ayant un seul chiffre non nul avant la virgule** et où n est un nombre **entier relatif**.
a est appelé **mantisse** du nombre.

Exemple

Écris le nombre A = 6 430 en notation scientifique.

A= (cf. Exemple 4 p 11)

E. Comparaison de nombres sous la forme scientifique.

Cette partie du cours est à recopier sur votre cahier de cours. Attention à ne pas oublier les exemples.

Méthode

Pour **comparer** deux nombres, on peut comparer leurs **ordres de grandeur** à l'aide de leurs **écritures scientifiques**.

En cas d'égalité des exposants, on compare alors les mantisses.

Exemple

Compare $A = 1{,}7 \times 10^{3}$ et $B = 2{,}5 \times 10^{-2}$ puis compare $C = 12{,}4 \times 10^{3}$ et $D = 3{,}1 \times 10^{4}$.

Résultats (cf. Exemple 5 p 11)

Évaluation puissances de dix.

II

A. Auto-évaluation

PRODUIT PUISSANCES DE DIX

QUOTIENT PUISSANCE DE DIX

Ressources annexes

- Exemple1

$C = \dfrac{10^1}{10^{-3}}$	$\longrightarrow$	On remarque que $10 = 10^1$.
$C = 10^{1-(-3)}$ $C = 10^{1+3}$	$\longrightarrow$	On applique la règle du quotient de deux puissances de 10. (Attention aux signes moins !)
$C = 10^4$	$\longrightarrow$	On donne l'écriture demandée par l'énoncé.

- Exemple 2

$D = \dfrac{10^{-7}}{10^3}$		
$D = 10^{-7-3}$	$\longrightarrow$	On applique la règle du quotient de deux puissances de 10. (Attention aux signes moins !).
$D = 10^{-10}$	$\longrightarrow$	On donne l'écriture demandée par l'énoncé.

- Exemple 3

$E = 10^{-3\times(-7)} \times 10^{2\times(-3)}$	$\longrightarrow$	On applique la règle des puissances de puissance de 10.
$E = 10^{21} \times 10^{-6}$	$\longrightarrow$	On effectue les multiplications sur les exposants.
$E = 10^{21+(-6)}$	$\longrightarrow$	On applique la règle du produit de deux puissances de 10.
$E = 10^{15}$	$\longrightarrow$	On donne l'écriture demandée par l'énoncé.

- Exemple 4

$A = 6\,430$

$A = 6{,}43 \times 10^3$ $\longrightarrow$ On déplace la virgule de manière à obtenir un nombre ayant un seul chiffre non nul avant la virgule puis on multiplie par la puissance de 10 de manière à avoir égalité.

L'écriture scientifique de A est donc $6{,}43 \times 10^3$.

- Exemple 5

- L'ordre de grandeur de A est 10^3 alors que B est de l'ordre de 10^{-2}. Donc $A > B$.
- On écrit C en notation scientifique : $C = 1{,}24 \times 10 \times 10^3 = 1{,}24 \times 10^4$.
  L'ordre de grandeur de C est donc 10^4 tout comme l'ordre de grandeur de D.
  Mais comme $1{,}24 < 3{,}1$, alors $1{,}24 \times 10^4 < 3{,}1 \times 10^4$ et donc $C < D$.